

Tentamen Gewone Differentiaalvergelijkingen, 27-08-07

Open boek.

Vraag 1

Vind een oplossing in impliciete vorm van de vergelijking:

$$4xy^2 + 6x^3 + 4y + 5x^2y + 6 + \frac{dy}{dx}(2x^2y + x^3) = 0$$

met beginvoorwaarde $y(1) = 1$. Maak gebruik van een integrerende factor van de vorm $\phi(x)$.

Vraag 2

Bepaal alle oplossingen van de vergelijkingen:

a) $\frac{dy}{dx} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $\frac{dy}{dx} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ 2x \end{pmatrix}$

Vraag 3

Beschouw de vergelijkingen

$$\frac{dx}{dt} = (1/2)y + 1,$$
$$\frac{dy}{dt} = x^2 - 2x.$$

Wat is het rustpunt? Schets het faseplaatje in het xy -vlak.

Vraag 4

Geef algemene oplossingen van de volgende vergelijkingen

a) $f''(g) - 8f'(g) + 16f(g) = e^{g^2}$

b) $w''(z) + w'(z) + 4w(z) = \cos 2z$

c) $y'''(t) - y''(t) + y'(t) - y(t) = 4t^3 - 2t + 1/4$

Vraag 5

Beschouw het randwaardeprobleem

$$\frac{d^2f}{dx^2} - 4f = e^x, f(0) = f(1) = 0$$

- a) Bepaal de functie van Green voor deze vergelijking.
b) Bepaal de oplossing met behulp van de functie van Green.

Vraag 6

Beschouw de inhomogene vergelijking van Stelling 4.5.1. Schrijf hem om tot eerste orde stelsel, en laat zien hoe je met stelling 3.1.8 de oplossingen (4.5.8) en (4.5.9) kunt krijgen.